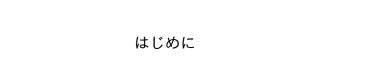
第9回DARM 勉強会 SEM による縦断データの解析 基本的な縦断データ解析:潜在曲線モデル

> 徳岡 大 mtokuoka37@hiroshima-u.ac.jp

> > 平成 28 年 3 月 27 日



本発表の概要

- 🕕 回帰分析と分散分析
- ② 変化の軌跡を扱う分析:潜在曲線モデル
- ③ 潜在曲線モデルの応用
- 潜在曲線モデルを使うときに気をつけること
- 潜在曲線モデルで検討できない縦断データとはどんなものか
- ⑥ おまけ

自己紹介

- 名前:徳岡 大(とくおか まさる)
- 所属:広島大学大学院教育学研究科 D4
- 動機づけが専門といいたいです。所属は発達心理学研究室
- ベイズ推論と stan ともっと仲良くなりたい普通の大学院生
- たまに胸をはって「ちょっと変です」と言えるようになりたい
- 私の発表は今日の基礎的な感じの位置づけ
- twitter: @t_macya
- web: http://www.mtokuoka.net

回帰分析と分散分析

確認:回帰分析でしていること

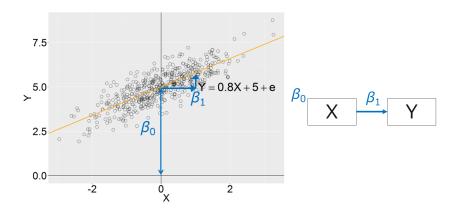


Figure 1:回帰分析

 $\bullet Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + e_i$

「3時点以上の回帰がしたいです・・・」

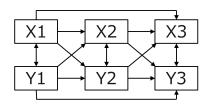


Figure 2: Autoregression model

問題点

- 因果関係の予測に役に立つが、ある変数がどのように発達するのか(どのような軌跡になるのか)、について示唆を与えるものではない(関連があっても変動が0のケースもある)
- 2時点の測定だと測定誤差が大きくなる平均への回帰の問題が生じる

軌跡を知るならこれでおk?

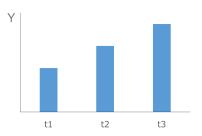


Figure 3:分散分析

- 各時点の平均値をつなげば軌跡がわかる
- 非線形であってもいける
- 分散分析って一見とてもわかりやすい

「試してあげよう、お前(ANOVA)の力を」

「いい分析だ。感動的だな。だが無意味だ」

- Time1 と Time3 には差があるけれど Time2 との間には差がない場合に、どう解釈するか
- 結局どんな軌跡なのか:変化は線形的なのか,曲線的なのか, 非線形なのか
- 反復測定の分散分析って制約がけっこう多い
 - 球面性の仮定(時点間の等分散性)
 - 連続量やランダム効果が適切に扱えない(混合モデルへ)

縦断データにおける回帰分析と分散分析の違い

回帰分析の特徴

- 変数間の関係性がわかる
- 3時点以上になると煩雑になるしわかりにくくなる

分散分析の特徴

- 軌跡っぽいものはみえてくる
- 制約が多い
- ⇒ 潜在曲線モデルはどちらかといえば分散分析に近いイメージ

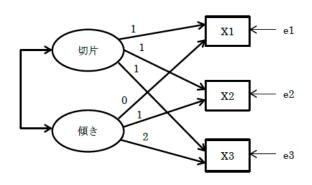
分散分析に対する潜在曲線モデルのアドバンテージ

- 軌跡を示すことができる
- モデリングはとても柔軟

変化の軌跡を扱う分析:潜在曲線モデル

潜在曲線モデルの基本

- SEM の枠組みを使った縦断データ用の分析
- 切片と傾きに関する潜在変数の平均値や分散を推定し、時系 列変化の個人差が捉えられる



確認:確認的因子分析でしていること

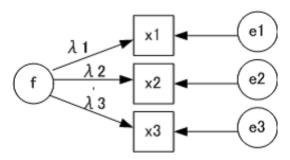


Figure 4:確認的因子分析

- $x_1 = \lambda_1 f + e_1$, $x_2 = \lambda_2 f + e_2$, $x_3 = \lambda_3 f + e_3$
- 多くの場合, f の平均を 0, 分散を 1 に固定して, λ の値を因子付加量として推定し, 仮定したモデルにデータがどのくらいフィットしているかを検討する

確認:因子得点を算出

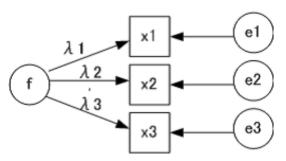


Figure 5:確認的因子分析

- 因子得点: $x_1 = \lambda_1 f + e_1$, $x_2 = \lambda_2 f + e_2$, $x_3 = \lambda_3 f + e_3$ となるような f の個人ごとの得点
- 平均構造を導入した場合(fの平均を0で固定しない), fの 平均値を推定可能

改めて潜在曲線モデルの基本1

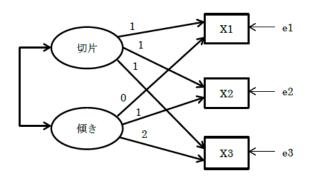


Figure 6: 潜在曲線モデル

- 基本的には確認的因子分析の応用
- 異なるのは、因子付加量を一定の値に固定し、平均構造を導入しているところ(因子の平均と分散の推定)

改めて潜在曲線モデルの基本2

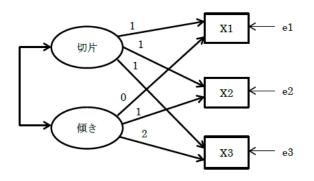


Figure 7: 潜在曲線モデル

- 因子付加量を固定する意味:研究者が影響を仮定
- 切片(初期値):初期値の影響はどの地点への同一の影響
- 傾き:各測定地点は基準点から何倍の影響を受けるか

確認:マルチレベル分析の概念的理解

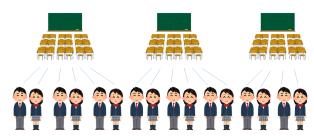


Figure 8: ネスト構造のイメージ

- 学級一生徒のようにネスト(入れ子構造)した関係になっている変数(e.g., 動機づけ)を学級(レベル2)と生徒(レベル1)に分離して分析する方法
- 潜在曲線モデルや縦断データを扱うマルチレベル分析では、 個人を複数の測定時点をネストしているレベル 2、測定時点 をレベル 1 として扱う

潜在曲線モデルのマルチレベル的理解 1

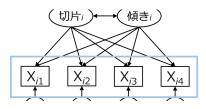


Figure 9:潜在曲線モデルのレベル1(測定時点)

レベル1:各測定時点における個人の値

- $X_{i1} = 1 \times intercept_i + e_{i1}$, $X_{i1} = 0 \times slope_i + e_{i1}$ $\rightarrow X_{i1} = 1 \times intercept_i + 0 \times slope_i + e_{i1}$
- $X_{i2} = 1 \times intercept_i + 1 \times slope_i + e_{i2}X_{i3}$ 以降も同様
- X_t は測定開始時点(切片)からどのくらい時間経過したか(傾き \times 経過時間)という線形的な変化を想定
- ※ intercept: 切片, slope: 傾き

潜在曲線モデルのマルチレベル的理解2

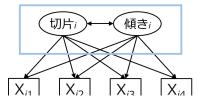


Figure 10: 潜在曲線モデルのレベル2(個人を束ねた全体)

レベル2:全測定地点の平均値と個人差(分散)

- $intercept_i = \mu_{intercept} + \zeta_{intercept \times i}$
- $slope_i = \mu_{slope} + \zeta_{slope \times i}$
- ある個人iの3時点の平均値が切片 $_i$ や傾き $_i$ となり、それらを全て束ねた全体の切片や傾きそれぞれについて平均と個人差(分散)が推定される
- ※ *intercept*: 切片,*slope*: 傾き,ζ: 個人差

潜在曲線モデルをやってみる(lcm1)

サンプルデータの概要 (M-plus と R による構造方程式モデリング入門 13 章)

- 1000 人の中学生を対象に社会的スキルトレーニングを実施
- 訓練をして3時点の社会的スキル得点の継時的な変化を検討

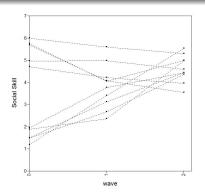


Figure 11: 変化のパターン

分散分析してみると

サンプルサイズが大きいので当然有意(各地点の効果量は中程度以上)

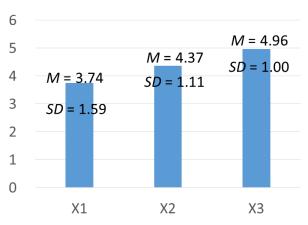
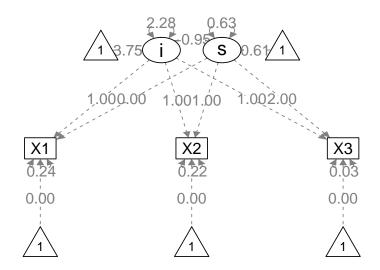


Figure 12: 平均値の傾向

潜在曲線モデルやってみた:パス図



潜在曲線モデルやってみた:結果

	Estimate	Std.err	z-value	P(> z)
Covariances:				
i ~~				
S	-0.952	0.043	-22.317	0.000
Intonconto				
Intercepts:				
X1	0.000			
X2	0.000			
X3	0.000			
i	3.749	0.050	75.288	0.000
S	0.606	0.026	23.171	0.000
Variances:				
X1	0.236	0.054		
X2	0.223	0.020		
X3	0.032	0.033		
i	2.277	0.090		
S	0.626	0.029		

潜在曲線モデルやってみた:結果

切片

- 平均:3.75, p < .001, 分散:2.28, p < .001
- 社会的スキルの初期値(X1 時点)に個人差あり、それなりに ばらついてる

傾き

- 平均: 0.61, p < .001, 分散: 0.63, p < .001
- 測定するごとに平均して 0.61 点上がるが、個人差もある

共分散

- \bullet -0.93, p < .001
- 初期値が小さいほど、変化量が大きい

切片(初期値)の個人差

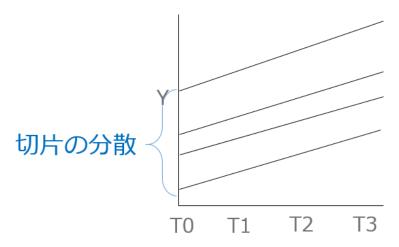


Figure 13: 傾きの個人差イメージ

傾きの個人差

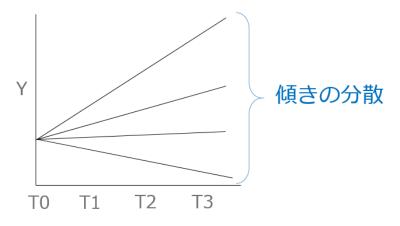


Figure 14: 傾きの個人差イメージ

• 相関の個人差ではない点に注意

潜在曲線モデルのアドバンテージ

他の分析と比較して・・・

- 初期値の個人差が推定できる
- 傾きの個人差が推定できる
- 初期値と傾きの関連が検討できる
- SEM 同様にどのモデルが良いか複数の統計量に基づいて比較可能
- モデリングに柔軟性がある(2次関数のような曲線的な関係でも適用可能、個人差の原因をしぼりこんでいくこと、初期値の大きさや変化量を予測したり、変化量から予測させることが可能、潜在曲線モデルにさらにマルチレベル分析を組み合わせることも可能)

潜在曲線モデルの応用

説明変数のあるモデル(Icm2)

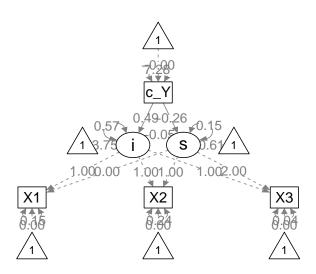
切片や傾きの個人差を説明する

- 切片と傾きを目的変数とする別の説明変数をモデルに含める
- 名義尺度の場合はどちらかが 0 のダミー変数を両方作成して おくと解釈しやすい

社会的スキルに関する知識量と社会的スキルの向上の関連

- 基礎的な社会的スキルのトレーニングなら、もともと知識量 の多い人はあまり向上しないのでは?
- 知識量(Y)をセンタリング(平均-各データ)してから、知識量から切片と傾きにパスを引く
- センタリングする理由:連続量の場合,平均値が0のときになり解釈がしやすくなる

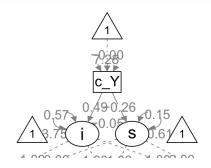
説明変数のあるモデル:結果



説明変数のあるモデル:結果の解釈1

知識量 → 切片, 傾き

- 知識量 → 切片: 0.49, p < .001, 知識量 → 傾き: -0.26, p < .001
- 知識が最初から低い人は社会的スキルが最初から低いが、社 会的スキルトレーニングを受けることで社会的スキルが向上



説明変数のあるモデル:結果の解釈2

切片

● 平均:3.75, p < .001, 分散:0.57, p < .05

傾き

● 平均: 0.61, p < .001, 分散: 0.15, p < .05

共分散

 \bullet -0.05, p < .001

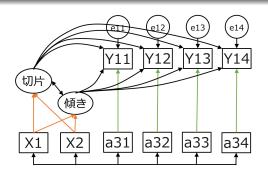
分散の値に注目

- 切片 $(2.28 \rightarrow 0.57)$ と傾き $(0.63 \rightarrow 0.15)$ のいずれも分散が大きく減少
- 知識量は社会的スキルの向上の個人差をうまく説明できた!

共変量のあるモデル(lcm3)

共変量投入のやり方

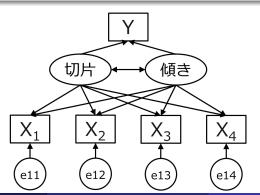
- 全ての測定地点で測定できた(時点間で等価な)共変量は切 片や傾きにパスを引く
- 測定地点によって異なる(時点間で等価でない)変数を統制 したい場合は、特定の測定地点にのみパスを引く



切片や傾きを説明変数にするモデル(Icm4)

やり方

- 切片や傾きから目的変数へのパスを引くだけ
- 縦断データの初期値の高さや変化量の大きさが別の変数へ及 ぼす影響がわかる



非線形の変化をモデリング1(lcm5)

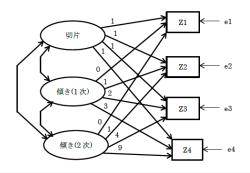
発達や教育による変化は直線的な変化とは限らない

- 心理学実験のレポートの書き方(2次関数的変化):添削を受けることで最初に点数は大きく伸びるが、後半の伸び幅は少ない
- 自尊感情の生涯発達(2次関数的変化): 25 歳から 60 歳くらいまで上昇し、その後低下していく(Orth, Trzesniewski, & Robins, 2010)
- 言語の獲得(3,4次関数的的変化):2歳くらいで爆発的に単語を使えるようになり、その後、少し落ち着く

2次の場合のやり方

- 2次の傾きを表現する潜在変数を作成
- 時間経過単位を2乗して2次の傾きを表現

非線形の変化をモデリング2



- $X_{i1} = 1 \times intercept_i + 0 \times slope_i + 0 \times Quadratic + e_{i1}$
- $X_{i2} = 1 \times intercept_i + 1 \times slope_i + 1 \times Quadratic + e_{i2}$
- $X_{i3} = 1 \times intercept_i + 2 \times slope_i + 4 \times Quadratic + e_{i3}$
- $X_{i4} = 1 \times intercept_i + 3 \times slope_i + 9 \times Quadratic + e_{i4}$

※ intercept: 切片,slope: 傾き,Quadratic: 2次の傾き

非線形の変化をモデリング3

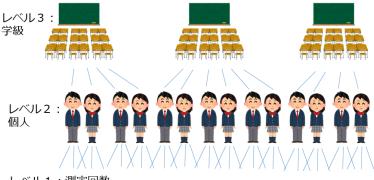
評価の仕方

- 2次の傾きは有意か
- 1次の傾きしかないモデルより AIC などが改善されているか

非線形を使用する場合に気をつけること

- 2次の傾き以上のモデルで推定された値についての具体的な 意味づけは困難になるため、線形ではなく、曲線的な変化で あるという主張をしたい場合に使用するほうが良い
- 基本的には4回以上の測定が必要になる

個人がさらにネストされていた場合どうするか



レベル1:測定回数

Figure 15:3 レベルのマルチレベル構造

マルチレベル潜在曲線モデル

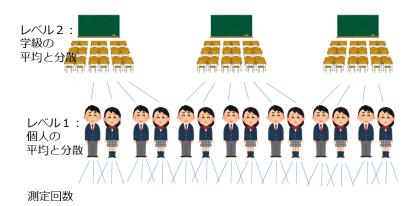


Figure 16:潜在曲線モデルでのマルチレベルの考え方

マルチレベル潜在曲線モデル

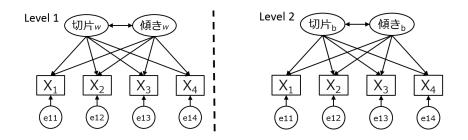


Figure 17: パス図でのイメージ

- それぞれのレベルに対して潜在曲線モデルを組む
- 変数を加える場合は、どちらのレベルの変数なのかを意識することが必要

マルチレベル潜在曲線モデル(Mplusコード)

```
DATA: FILE = ex9.12.dat;
VARIABLE: NAMES = y1-y4 \times w \text{ clus};
           WITHIN = x;
            BETWEEN = w;
            CLUSTER = clus;
ANALYSIS:
           TYPE
                    = TWOLEVEL;
MODEL:
            %WITHIN%
            iw sw | y1@0 y2@1 y3@2 y4@3;
            y1-y4(1);
            iw sw ON x:
            %BETWEEN%
            ib sb | y1@0 y2@1 y3@2 y4@3;
            y1-y4@0;
            ib sb ON w:
```

Figure 18: 説明変数 (x, w) のあるマルチレベル潜在曲線モデル

潜在曲線モデルを使うときに気をつけること

気をつけなればならないこと1

重要な問題

- 測定の回数は変化を捉えるの十分か
 - 識別の問題で、基本的には潜在変数の数 +1 回以上の測定が必要になることにも留意
- 測定のタイミングは変化を捉えられるようにしているか
- 測定する期間や測定間隔は変化を捉えるのに十分か
- 測定時点が参加者間でずれていないか
 - 測定地点が一致している(とみなせる)必要がある

気をつけなればならないこと2

最尤法に伴う問題

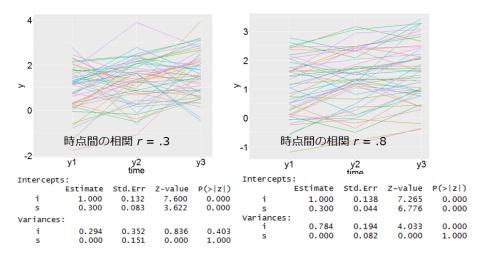
- サンプルサイズは十分か
 - 最尤法を使用するため大きなサンプルサイズが前提
 - 小サンプルサイズの場合、標準誤差の過小推定されるため、タイプ | エラー率が上昇
- モデルを複雑にすると不適解(分散が負,共分散が1を超えるなど)は生じやすくなる
 - 外れ値の存在、モデルやコーディングは適切か

最尤法がダメならベイズ推定を使えばいいじゃない

- MCMC なら標準誤差の過小推定は生じない
- 小標本でも事前分布をうまく使えばいける
- 分散に非負の制約をおくなどすれば不適解は防げる

潜在曲線モデルで検討できない縦断データとはどんなものか

潜在曲線モデルは相関の違いが評価できない!?



● 標準誤差に違いはあるが、大きな違いはない

(たぶん)潜在曲線モデルの限界

時点間の関連は検討できない

- あくまで潜在曲線モデルは軌跡を検討するための解析方法
 - 具体的には時系列データに対して SEM のパス係数を固定し、 因子の平均構造を導入したモデル
 - 時系列ごとの影響の大きさについては固定してしまっている

つまり、どんなことが検討できないのか

- 時点間の関連の大きさがグループごとに異なるような場合
- 平均値に表れない関連(例. 青年のIQの時系列データ)
- マルチレベル分析いうところのランダム傾きモデルが無理
- 傾きを従属変数とする分析でやっていることはマルチレベル 分析のランダム切片モデル

マルチレベル分析のランダム切片のイメージ

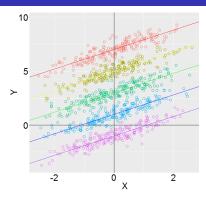


Figure 19: ランダム切片

- 潜在曲線モデルで傾きの大きさを説明するとはYの差を説明
- 潜在曲線モデルでの切片は初期値の違いなので従属変数の予 測に関心のある回帰分析系では気にされない

マルチレベル分析のランダム傾きのイメージ

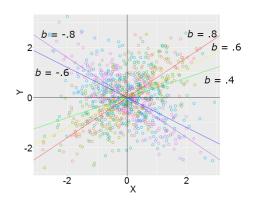


Figure 20: ランダム傾き

- 全てXとY平均は0、分散1、全体のXY相関.08
- 潜在曲線モデルではおそらく説明できない

追記:これなら対応可能かもしれない

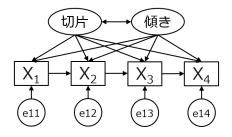


Figure 21: ランダム傾き

Autoregressive Latent Trajectory (ALT) model

- 直訳すると自己回帰潜在軌跡モデル
- 潜在曲線モデルに自己回帰のパスを付け加えたモデル
- 自己回帰のパスにマルチレベル構造を反映させれば、グループ間と時点間で平均値に変動ないが相関に違いがあるようなデータにも対応できそう(未検討)

まとめ

いつ使うのか

● 軌跡を知りたい、予測させたい、個人差も知りたいとき

何がよいのか

- 複雑なモデルでも対応可能(個人差の予測, 非線形など)
- SEM 枠組みを利用するので視覚的理解可能

何に気をつけるべきか

- 測定時点の一致性
- 複雑なモデルでの不適解(半分くらいはベイズで解決)
- サンプルサイズ(半分くらいはベイズで解決)



縦断データを省エネでとるには

Three form design (Graham, Hofer, & Donaldson, 1996) を縦断調査に応用

- 欠損値を自分であえて作る Planned Missing Data designs
- 欠損値の構造は MCAR なので、検定力は低下するが推定値は バイアスを受けない

変数や項目の割り振りは均等に!

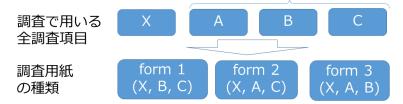


Figure 22: Three form design

欠損値の構造

MCAR: Missing Completly At Ramdom

- 完全にランダムに欠損しており、欠損の有無の確率は、欠損値を含む変数や他の観測した変数の値とも関連しない
- リストワイズ除去でも検定力が低下してしまうだけ

MAR: Missing At Ramdom

- 欠損の有無の確率は、他の変数の値に依存している
- 完全情報最尤推定法(FIML)や多重代入法を用いることにより対処可能

NCAR: Missing Not At Ramdom

- ◆ 欠損の有無の確率は、観測した他の変数の値を統制しても、 欠損値を含む変数の値と関連する
- 対処が非常に困難

three form design による検定力の低下の程度

- 最大で10%程度の低下
- 交互作用を検討したい場合は少し考えたほうがよいかも

three form designによる相関係数の検定力									
	ltem set								
		X		A		B		C	
Set	Scale	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	Q_7	Q_8
X	Q_1	-							
	Q_2	1.00	-						
Α	Q_3	.99	.99	-					
	Q_4	.99	.99	.99	-				
В	Q_5	.99	.99	.90	.90	_			
	Q_6	.99	.99	.90	.90	.99	-		
С	Q_7	.99	.99	.91	.91	.90	.91	_	
	Q_8	.99	.99	.90	.91	.91	.90	.99	_
note. N = 300, ρ = .30で5000回のシミュレーション									

縦断調査に three form design を応用

Data collection wave							Grou
Group	1	2	3	4	5	% of N	<u>aroc</u>
1	~	~	~	~	~	16.7	1
2	-	~	~	~	_	16.7	2
3	~	~	~	_	~	16.7	3
4	~	~	_	~	~	16.7	4
5	~	_	~	~	~	16.7	5
6	_	~	~	~	~	16.7	6
complete dataの分析と比較して94%の検定力を持つ -							

Data collection wave						
Group	1	2	3	4	5	_% of <i>N</i>
1	~	~	~	~	~	9.1
2	~	~	~	_	_	10.1
3	~	~	_	~	_	10.1
4	~	_	~	~	_	10.1
5	~	~	_	_	~	20.2
6	~	_	~	_	~	20.2
7	~	_	_	~	~	20.2

complete dataの分析と比較して91%の検定力を持つ

Figure 23:プランの組み方と検定力の低下の程度

● 潜在曲線モデルで分析するなら FIML が利用できるので検定 力の低下も問題にならない

three form design をやってみた1

サンプルデータ

- フルデータ (lcm_full.csv)
- three form design データ (lcm_miss)
- どちらも N = 200
- 3時点の縦断データ
- three form design データではどの測定地点でも 50 の欠測

three form design をやってみた2

```
フルデータ
Intercepts:
                  Estimate
                            Std.Err
                                    z-value
                                             P(>|z|)
                     4,000
                             0.069
                                     57,680
                                               0.000
                     0.600
                                     26,900
                                               0.000
                             0.022
variances:
                     0.796
                             0.110
                                      7.266
                                               0.000
                     0.000
                             0.037
                                      0.000
                                               1.000
three form designデータ
Intercepts:
```

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)
ì	4.025	0.132	30.502	0.000
s Variances:	0.571	0.047	12.202	0.000
i	0.788	0.184	4.285	0.000
S	0.086	0.067	1.288	0.198

Figure 24: 結果の比較